Thierry Hatt
Professeur agrégé de géographie
Lycée Fustel de Coulanges

ETUDE DES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES

INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE

SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE

ETUDE DES PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES

INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE

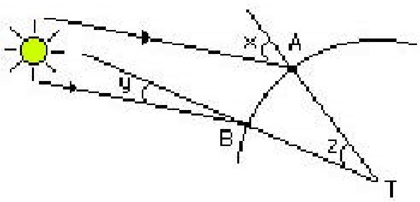
1

EVOLUTION DE LA GEODESIE

A. La géodésie est la science qui détermine la forme et les dimensions de la Terre dans l'espace à trois dimensions.

A partir des Grecs et jusqu'à la fin du XVII° siècle, il est admis que la terre est sphérique. La réponse à la question de sa forme est donc simple, la seule inconnue réside en la longueur du rayon terrestre. La détermination de cette grandeur se pose alors comme l'activité propre des savants géodésiens.

Une seule technique dite "méthode des arcs", est employée ; elle fut élaborée dans son principe par Eratosthène au III° siècle av. J. C., et met en oeuvre des mesures de distances à la surface de la terre et des mesures astronomiques, c'est-à-dire des mesures de directions de la verticale. On trouvera cette méthode exposée à la BNF dans la partie « Dossiers pédagogiques » du site « mesurer la Terre »:
http://www.bnf.fr/web-bnf/expos/ciel/maths/pdf/mesurt2.pdf
Ou bien sur le site de Serge Mehl:
http://chronomath.irem.univ-mrs.fr/chronomath/Eratosthene.html
« En astronomie, il se distingua par son remarquable calcul de la longueur du méridien terrestre qu'il évalue à environ 40000 km en remarquant qu'au solstice d'été, le soleil est au zénith à Assouan (Syène à l'époque) au sud et approximativement (à 3° près) sur le même méridien qu' Alexandrie où, au même moment, l'ombre d'un obélisque montre que les rayons solaires sont inclinés de 7°12' par rapport à la verticale. Si A désigne Alexandrie, dire que le Soleil est au zénith signifie que l'angle x est nul.



D'une façon générale : si A et B sont deux lieux situés sur un même méridien (même longitude), notons x et y les mesures en radians des angles entre les rayons du soleil (supposés parallèles) et les verticales en A et B, z la mesure en radians de l'angle ^ATB, R le rayon de la Terre (supposée sphérique), L sa circonférence et d la mesure de l'arc AB. On a alors :
$z = | x - y |$, $R = d/z$, $L = 2\pi R$
Si on utilise les degrés, on aura $L = 360d/z$.
Dans le cas qui nous intéresse, d = 830 km (5000 stades, distance connue car parcourue à pied par les armées...) et 7° 12' = 7,2°. On a alors L = 41500 km.
Si l'on considère le rayon de la Terre à l'équateur : 6378 km, on obtient aujourd'hui 40074 km. Le résultat d'Eratosthène est donc tout à fait remarquable : 3% d'erreur. »
En fait cette définition de la géodésie par son "objet" seul : la . forme de la terre, méconnaît une réalité essentielle de toute science : ses implications sociales, politiques et religieuses. Dès l'origine la géodésie a comporté des aspects autre que celui de la détermination d'une surface dont la connaissance pure n'était l'objectif que de quelques savants. Concrètement la surface terrestre n'est pas une sphère mais revêt une forme extrêmement complexe donnée par la nature ou modifiée par l'homme. La connaissance de cette surface là, de ses détails, non dans leur nature mais dans leur position et leurs grandeurs implique des aspects très nombreux de la vie des hommes, politiques, religieux, sociaux : lever l'impôt ou faire la guerre, penser le

Monde pour les Eglises les voyageurs, marchands. Rappelons la mise à l'index des idées de Copernic en 1616 par l'Eglise catholique. Ces aspects affectent profondément le développement de la géodésie et de la cartographie. A cet égard l'exposition de la BNF « Ciel et Terre » est particulièrement démonstrative.
http://www.bnf.fr/web-bnf/expos/ciel/index.htm

La géodésie peut donc être caractérisée comme l'unité de deux objectifs : connaissance globale de la forme de la surface terrestre et connaissance concrète des particularités de la surface réelle.
La synthèse, jusqu'à une époque très récente (milieu du XX° siècle) a pris la forme de la détermination des coordonnées géométriques d'un certain nombre de points dits « points géodésiques » considérés comme appartenant à une surface mathématiquement parfaite, la sphère d'abord, l'ellipsoï de ensuite. La détermination de la localisation de chaque élément particulier de la surface, à partir des points géodésiques étant assurée par une technique particulière : la topographie et la représentation de ces éléments sur une surface plane par la cartographie.
Ainsi depuis l'antiquité grecque jusqu'au milieu du XX° siècle, la géodésie a-t-elle eu pour tâche de déterminer une surface mathématique simple et de localiser des points sur cette surface. Cette géodésie peut être dite avec le recul : bidimensionnelle et géométrique.

B. La problématique de la sphère, solide et immobile. (XVI'siècle)

La surface de référence est donc supposée sphérique. En ce qui concerne la localisation des points, le problème est double :

- d'une part déterminer la position relative de ces points.
- d'autre part assurer leur localisation absolue sur la sphère, modèle théorique. Ce dernier problème imposant de définir un référentiel fixe par rapport à la sphère :

Dans cette première problématique profondément marquée par l'astronomie, le référentiel s'impose de lui-même : il a pour élément le centre de la sphère, l'axe de rotation de la sphère céleste censée tourner autour d'une terre immobile, (ceci impose l'équateur) et un grand cercle polaire arbitrairement choisi. Tout point est localisé sur la surface par deux coordonnées, deux angles; latitude et longitude. Les mesures astronomiques de hauteur d'astres permettent d'obtenir la latitude de différents lieux. En revanche l'absence de « garde temps » empêche toute détermination astronomique de longitude. Celles-ci ne peuvent être obtenues que par des mesures relatives de position sur la surface terrestre. Ces mesures sont alors essentiellement des distances obtenues à partir des temps de parcours pédestres ou maritimes.

C. L'ellipsoïde, fluide et en mouvement - XVIII° et XIX° siècle.

Entre 1543 « *De revolutionibus orbium cœlestium libri* », Copernic et 1687 « *Philosophiae naturalis principia mathematica* », Newton, un certain nombre de découvertes révolutionnent la conception de la géodésie.

- la terre est en mouvement, sur elle même et autour du soleil
- ce mouvement impose une forme ellipsoïdale.

Les grands problèmes de la géodésie deviennent donc

- la détermination de l'ellipsoïde : grand axe et aplatissement
- la localisation de points sur cet ellipsoïde.

En ce qui concerne la première question, la « méthode des arcs » reste la technique la plus appropriée. Selon qu'elle est utilisée à l'équateur ou au pôle elle permet de déterminer grand axe et petit axe, donc l'aplatissement. Cette méthode se trouve nettement améliorée par la qualité des mesures:

- la différence de latitude est obtenue à partir de mesures astronomiques utilisant la lunette.
- la distance est mesurée par la technique de triangulation

La localisation des points.
Le référentiel : il reste unique et déterminé par les phénomènes astronomiques : l'ellipsoïde est de révolution et en rotation autour de son axe ; ce dernier sera donc choisi comme élément du référentiel avec du même coup l'équateur. Un plan méridien choisi comme origine des longitudes vient compléter ce système dans lequel tout point est, comme dans la première problématique déterminé par ses deux coordonnées géographiques, longitude et latitude.
Mais cette nouvelle problématique va rapidement se complexifier. Mac-Laurin et Clairaut (milieu du XVIII°) posent la terre comme figure d'équilibre d'une masse fluide pesante en rotation. I1 devient possible de déduire de mesures de la pesanteur une valeur de l'aplatissement meilleure que celle déduite de la méthode des arcs.

I1 reste acquis, pour l'époque que la terre est ellipsoïdale et en mouvement, et cette ellipsoïde peut être déterminé de deux façons :

- à partir de mesures géométriques d'angles et de distances entre points de la surface topographique , mesures auxquelles on fait subir des corrections pour tenir compte du relief.
- à partir de mesures "dynamiques" du champ de la pesanteur (attraction universelle et forces de rotation). La Terre, la surface terrestre est alors définie comme surface équipotentielle du champ de la pesanteur.

La géodésie se scinde à ce moment en une :géodésie géométrique et une géodésie dynamique. Pendant longtemps la première va rester principale car c'est elle qui résout le problème concret de la localisation. Cependant c'est dès cette époque, la seconde qui assure la détermination la plus précise de l'aplatissement. Ces deux géodésies peuvent être qualifiées de « bidimensionnelle » Elles ont toutes deux comme objet fondamental une surface de référence supposée ellipsoïdale.

D. Le géoïde.

A peine les résultats de Clairaut sont-ils reconnus que les faits viennent les relativiser. Pas plus que la surface topographique, la surface équipotentielle du champ de la pesanteur ne saurait être un ellipsoï de puisque les masses montagneuses « aléatoires » vont exercer une attraction aléatoire déformant l'ellipsoï de idéal. La géodésie dynamique est peu à peu amenée à reconnaître que la surface qu'elle cherche à déterminer n'est qu'approximativement un ellipsoï de. Elle attribue un nom à une surface équipotentielle particulière, celle correspondant, dans les secteurs océaniques, au « niveau moyen des mers ». Cette surface est, dans les secteurs continentaux, supposée être le « prolongement » du niveau moyen des mers : son nom est le géoï de. Remarquons qu'il ne diffère au plus que d'une centaine de mètres d'un ellipsoï de alors que l'écart entre la surface topographique et l'ellipsoï de peut atteindre 8 km.

Les référentiels.
La notion d'un référentiel unique disparaît avec celle d'une surface mathématique simple déterminée, comme surface de la terre. D'autre part en effet la géodésie dynamique précise son propre référentiel

- centre 0 voisin du centre de gravité des masses terrestres
- axe Z parallèle à l'axe moyen de rotation.
- axe OX tel que le plan OXZ contienne un point de l'observatoire de Greenwich

I1 est donc indépendant de toute référence à un ellipsoï de. D'autre part la géodésie géométrique multiplie ses propres référentiels en multipliant ses ellipsoï des et leur position par rapport à la surface topographique (ces deux ensembles constituent un « datum »). En effet, comme il n'existe pas un seul ellipsoï de, surface géométrique mathématiquement simple de la Terre , divers géodésiens peuvent définir ce qui leur semble être le "bon ellipsoï de", et qui n'est en fait que l'ellipsoï de le plus approprié à leur objectif particulier : la représentation du secteur de la surface topographique qu'ils doivent localement, à l'échelle de leurs pays, représenter.

E. La géodésie tridimensionnelle.

Avant même le lancement des premiers satellites artificiels un certain nombre de géodésiens étaient préoccupés par les difficultés que rencontre la géodésie classique dans certaines de ses définitions ou de ses conclusions.

- convient-il de représenter la surface topographique sur l'ellipsoï de ou sur le géoï de, et dans ce cas comment en faire la représentation plane ?
- comment peut-on définir l'image ellipsoï dale d'un point de la surface topographique. Faut-il considérer sa projection orthogonale sur l'ellipsoï de ou ne vaut-il pas mieux adopter la définition de transfert suivant la ligne de force de la pesanteur ?
- comment peut-on réduire à l'ellipsoï de les observations angulaires effectuées selon la verticale physique ? etc.

En 1956 au cours d'un symposium réuni à Münich que le géodésien anglais Hotine, présente un aspect géodésique nouveau qui devient très rapidement la géodésie tridimensionnelle. I1 semble que Molodensky avait également vers 1948 émis un certain nombre de conclusions analogues mais qui n'avaient été diffusées qu'en U.R.S.S.

> Pour Hotine le problème de la géodésie doit être repensé, non dans l'espace à deux dimensions de la surface de l'ellipsoï de de référence, dimensions auxquelles on en ajoute une troisième tout à fait indépendante l'altitude, mais dans le cadre d'un système à trois dimensions défini par un trièdre trirectangulaire de coordonnées, et par un certain nombre de trièdres auxiliaires locaux, rattachés à ce dernier.

Les paramètres qui définissent la géodésie en un point de la surface topographique sont ses coordonnées spatiales (X,Y,Z) et les cosinus directeurs de la verticale en ce point.

Le but de la géodésie devient la description spatiale directe de la forme de la surface topographique, sans chercher à lui imposer a priori le support approché de l'ellipsoï de. A la description géométrique doit s'ajouter la description dynamique, en particulier, en chaque point on se proposera de connaître le potentiel et la pesanteur et on fera concourir tout l'ensemble à une synthèse générale. C'est un très beau programme, c'est celui que la géodésie s'est toujours proposé, mais conçu sous un aspect plus synthétique, sans séparer a priori les variables et sans s'imposer le carcan de l'ellipsoï de - ce qui ne veut d'ailleurs pas dire que l'on n'utilisera pas ce dernier à titre d'auxiliaire commode, pour linéariser certains problèmes dont la solution n'est pas du premier degré.

Les mesures sur lesquelles se base la géodésie tridimensionnelle sont

- les mesures angulaires azimutales habituelles ;
- les mesures de distances zénithales,
- les mesures de pesanteur qui concourent simultanément avec les mesures de nivellement à définir la pesanteur et le potentiel,
- les mesures astronomiques de latitude longitude et azimut.

I1 n'y a là rien de bien nouveau sinon l'emploi conjugué de l'ensemble de ces moyens et la manière de leur utiliser. La géodésie tridimensionnelle ne s'occupe que de décrire ce qui est visible et directement accessible à l'expérience, elle cherche à définir un polyèdre géodésique ou plus exactement un ensemble de points dont les coordonnées trirectangualires ainsi que les autres éléments : direction de la verticale, intensité de la pesanteur, potentiel soient déterminés, et elle oriente ses calculs de manière à l'obtenir. Ajoutons à cela que les méthodes tridimensionnelles se sont trouvées fort bien adaptées à l'exploitation des travaux sur satellites.

Ainsi la géodésie est-elle libérée de tout a priori. Elle admet la complexité de son objet, elle reconnaît qu'aucune loi simple ne pourra le représenter. Son « résultat » ne peut plus être qu'une masse énorme d'informations que recueille le satellite et traite l'ordinateur. Au sein de cette complexité, les lois, les invariants ne se présentent plus que comme des moyens d'économiser de l'information. L'information, c'est-à-dire la représentation du particulier a détrôné la « loi »et règne en maître. Comme la société, la géodésie s'informatise...

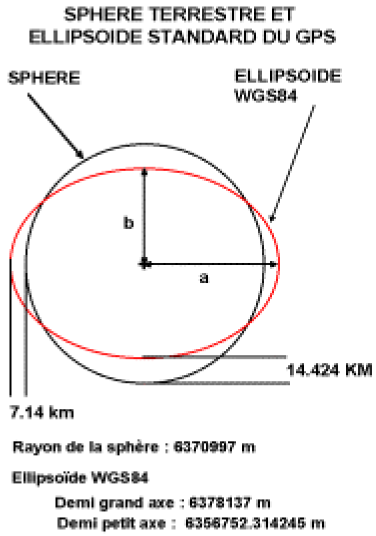
Thierry Hatt, adapté du « Cours de cartographie spatiale », Stage CNES 5 au 19 juin 1979, Toulouse

INCIDENCE DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE

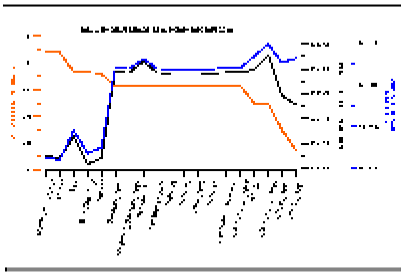
- Méthode

Pour caractériser les différents ellipsoïdes il faut recourir à d'autres moyens que la représentation graphique directe, à l'échelle d'un écran l'aplatissement de 1/300 soit quinzaine de km de différence entre la sphère et l'ellipse ne peut se voir. Aussi utilisons nous ici d'autres moyens.

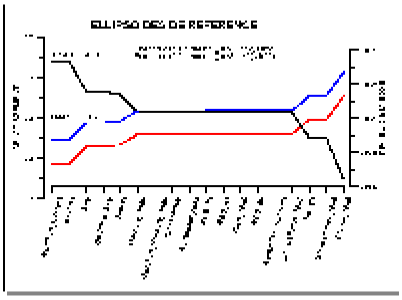
- Comparaison sphère terrestre et ellipsoïde (écarts très agrandis)



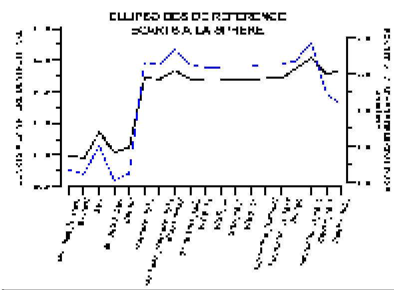
- Dimension des axes et aplatissement des ellipses internationales



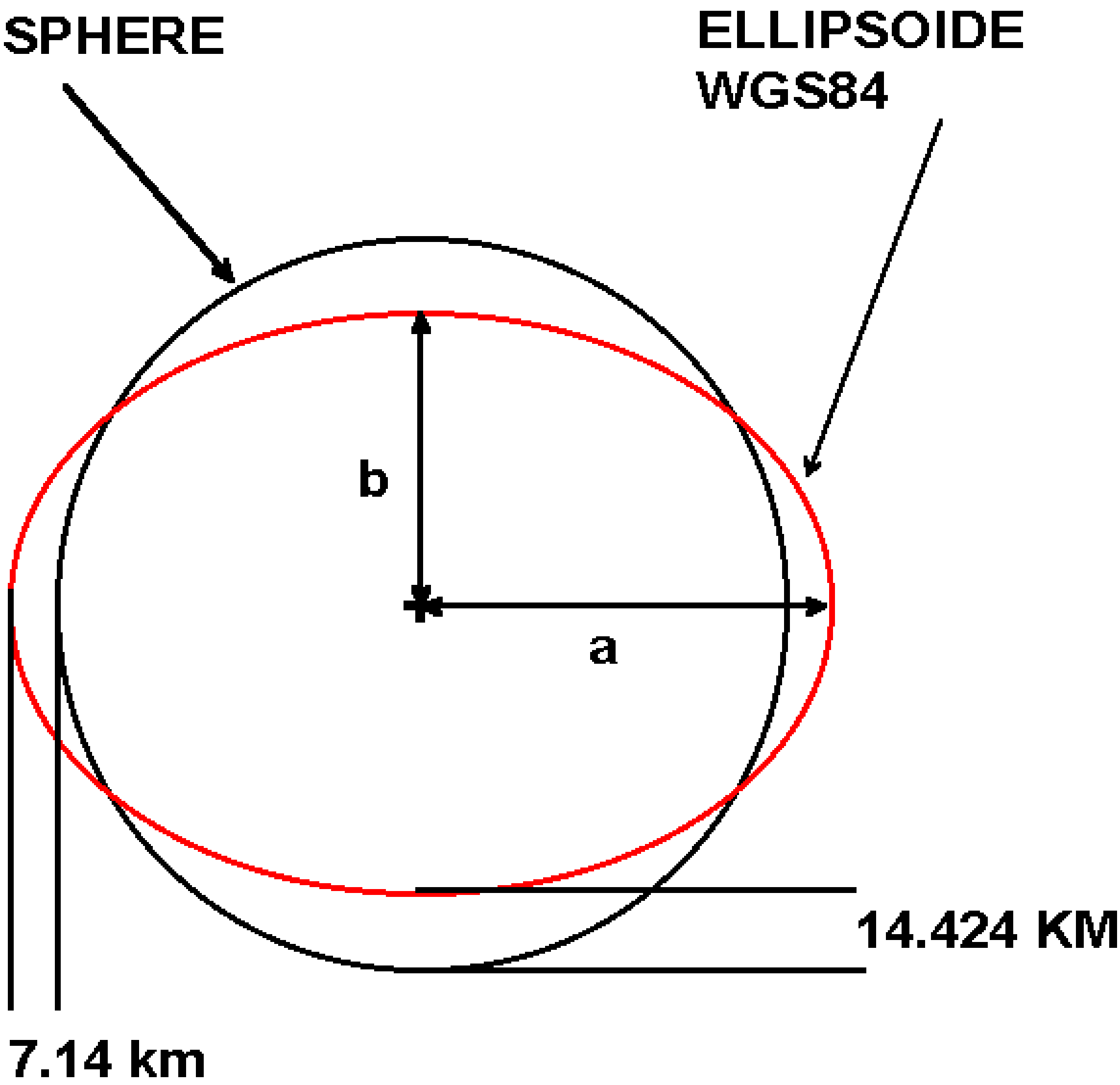
- Aplatissement et excentricités d'ordre 1 et 2



- Ecarts du grand et petit axes à la sphère



SPHERE TERRESTRE ET ELLIPSOIDE STANDARD DU GPS

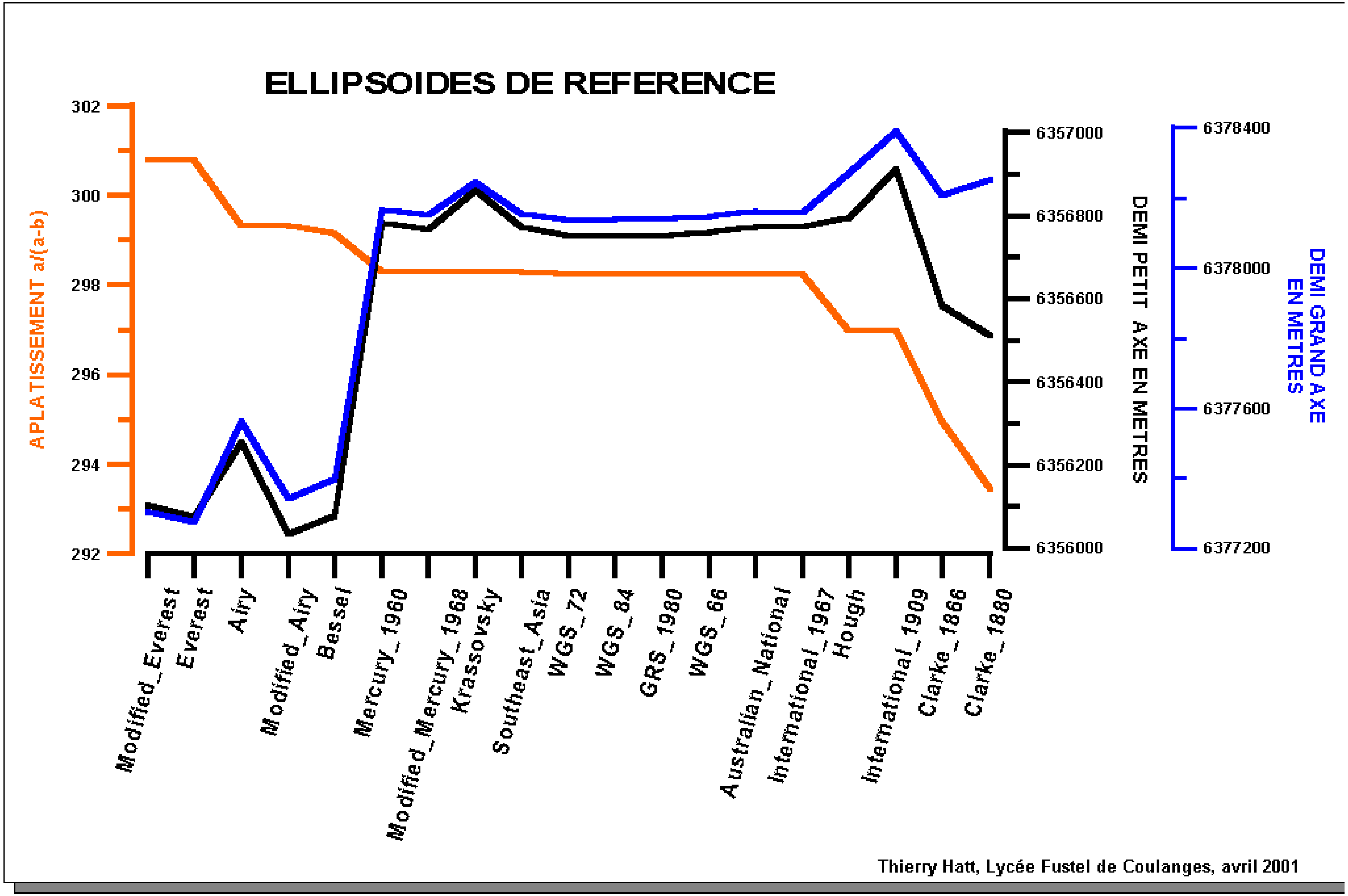


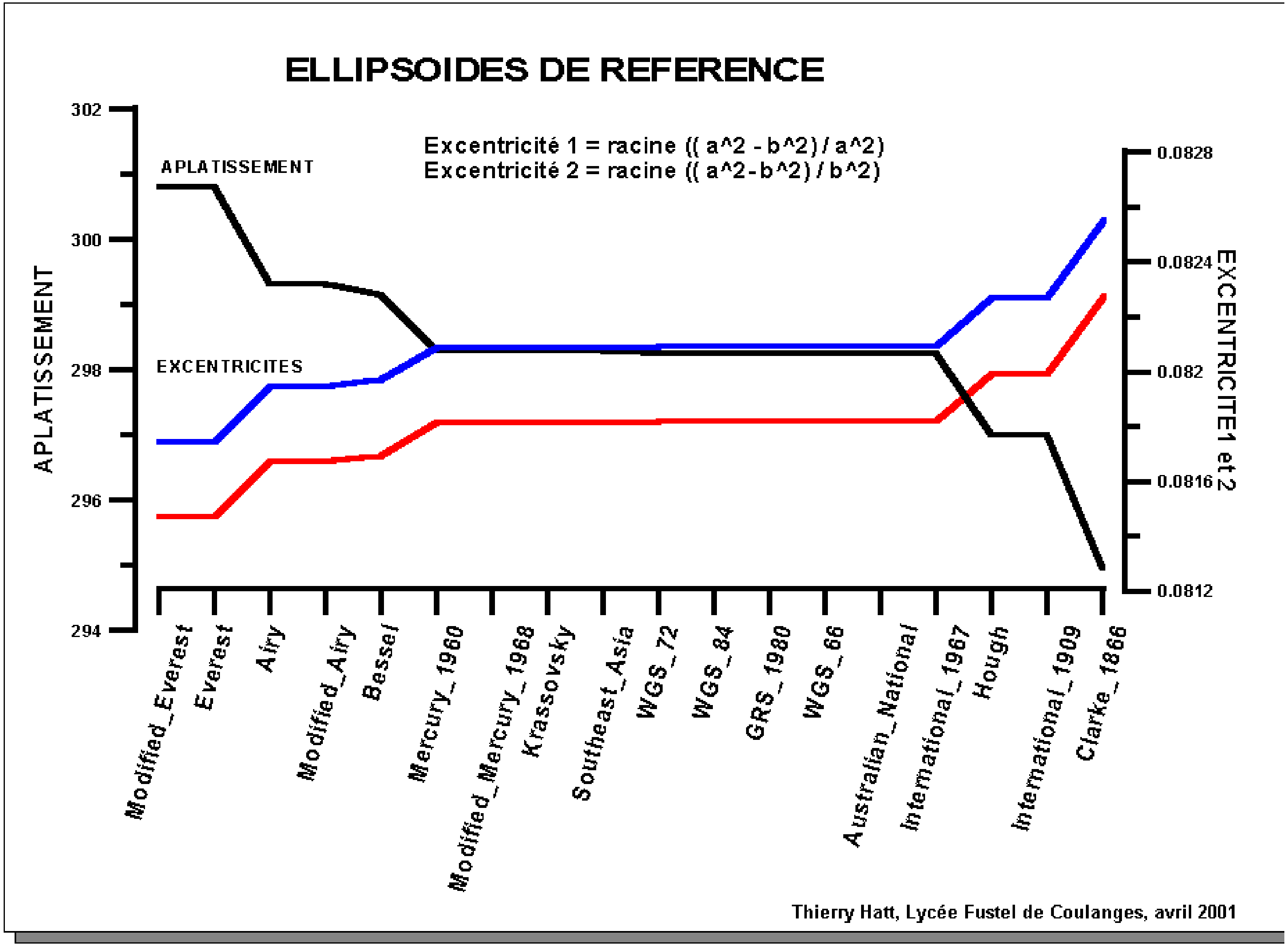
Rayon de la sphère : 6370997 m

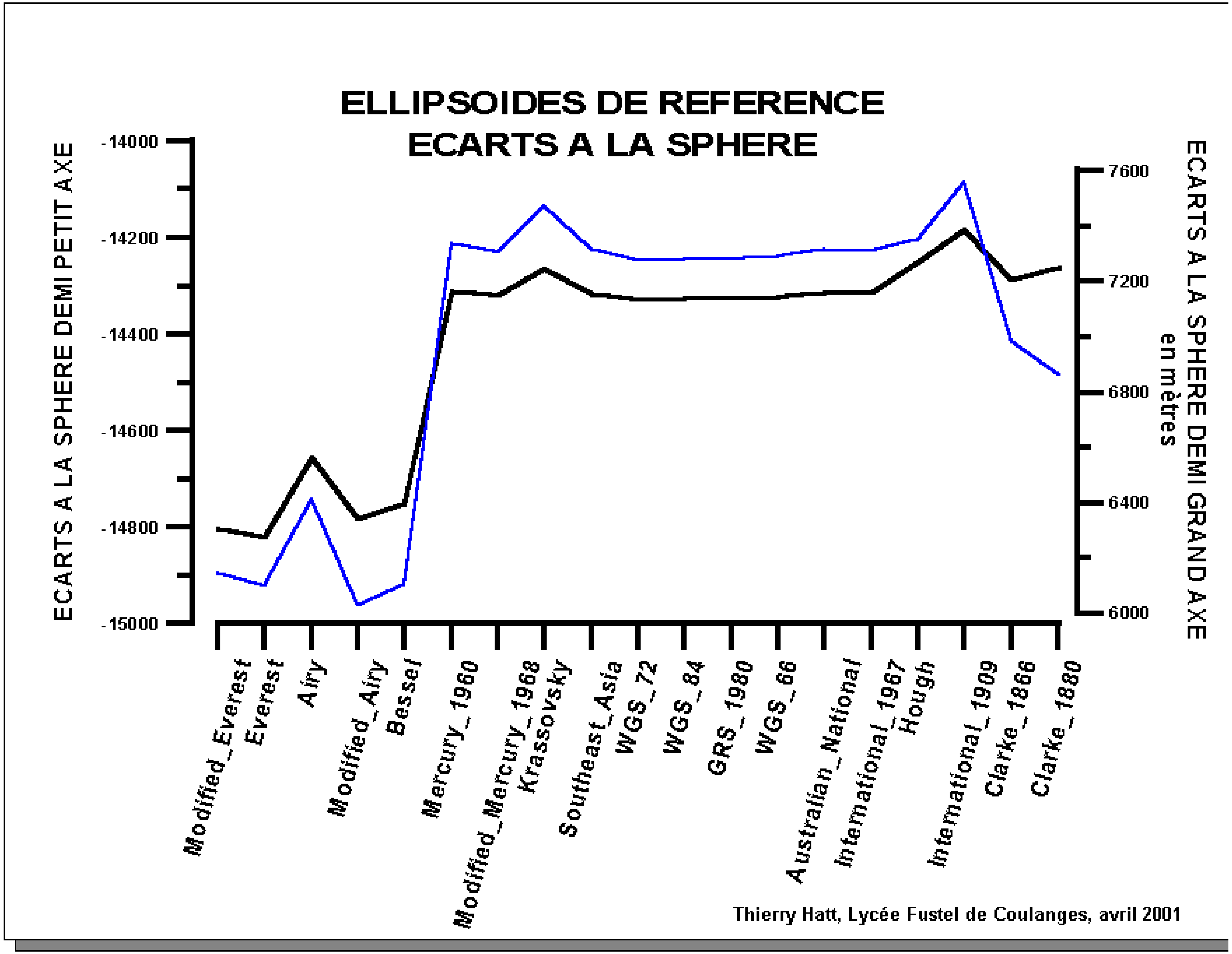
Ellipsoïde WGS84

Demi grand axe : 6378137 m
Demi petit axe : 6356752.314245 m

Les écarts sont évidemment très grossis


ELLIPSOIDES DE REFERENCE
APLATISSEMENT a/(a-b)
302
300
298
296
294
292
6357000
6356800
6356600
6356400
6356200
6356000
DEMI PETIT AXE EN METRES
6378400
6378000
6377600
6377200
DEMI GRAND AXE EN METRES
Modified_Everest
Everest
Airy
Modified_Airy
Bessel
Mercury_1960
Modified_Mercury_1968
Krassovsky
Southeast_Asia
WGS_72
WGS_84
GRS_1980
WGS_66
Australian_National
International_1967
Hough
International_1909
Clarke_1866
Clarke_1880
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2001


ELLIPSOIDES DE REFERENCE
Excentricité 1 = racine ((a^2 - b^2) / a^2)
Excentricité 2 = racine ((a^2-b^2) / b^2)
APLATISSEMENT
EXCENTRICITES
302
300
298
296
294
0.0828
0.0824
0.082
0.0816
0.0812
EXCENTRICITE1 et 2
Modified_Everest
Everest
Airy
Modified_Airy
Bessel
Mercury_1960
Modified_Mercury_1968
Krassovsky
Southeast_Asia
WGS_72
WGS_84
GRS_1980
WGS_66
Australian_National
International_1967
Hough
International_1909
Clarke_1866
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2001

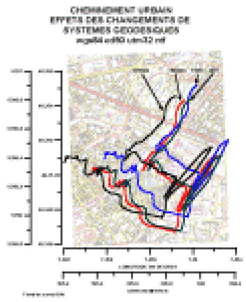

ELLIPSOIDES DE REFERENCE
ECARTS A LA SPHERE
ECARTS A LA SPHERE DEMI PETIT AXE
-14000
-14200
-14400
-14600
-14800
-15000
ECARTS A LA SPHERE DEMI GRAND AXE
en mètres
7600
7200
6800
6400
6000
Modified_Everest
Everest
Airy
Modified_Airy
Bessel
Mercury_1960
Modified_Mercury_1968
Krassovsky
Southeast_Asia
WGS_72
WGS_84
GRS_1980
WGS_66
Australian_National
International_1967
Hough
International_1909
Clarke_1866
Clarke_1880
Thierry Hatt, Lycée Fustel de Coulanges, avril 2001

INCIDENCES DU CHOIX DE L'ELLIPSOIDE SUR LA REPRESENTATION CARTOGRAPHIQUE

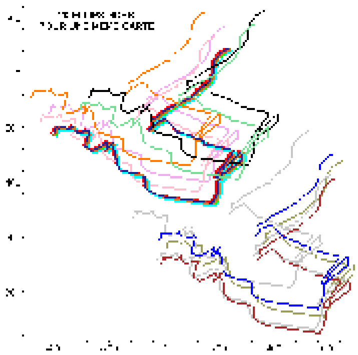
- Méthode

Pour isoler l'incidence cartographique du choix de l'ellipsoïde sur la représentation cartographique, nous avons utilisé une fiche technique de l'école national des sciences géographiques http://www.ensg.ign.fr/SGN/notices/notice_menu.htm

Il s'agit de la projection de Mercator utilisant l'ellipsoïde. Les calculs sont complexes et nous avons programmé l'application en Maple (voir le listage de l'application joint).
Les données associées sont la promenade à Strasbourg en GPS publiée par ailleurs. Nous y avons appliqué les 20 ellipsoïdes internationaux.
Il est impossible de représenter graphiquement à l'échelle (aplatissements de 1/300°) la sphère et l'ellipsoïde- aucune différence n'apparaît - il faut donc recourir à d'autres critères comme l'aplatissement ou l'excentricité. Voir les pages en question



- WGS84, NTF, ED50 sur le fond de carte IGN de Strasbourg



- Tous les ellipsoïdes sur une même carte

- La sphère et les autres ellipsoïdes

- Les générations successives du World Geodetic System : 66-72-84 (Le WGS84 est utilisé sur tous les GPS par défaut)

- Clarke 1880 (Nouvelle triangulation française NTF), Internationale 1909, Internationale 1967, WGS84

- Le nouveau système français RGF93 (c'est le GRS80) et WGS84

- Clarke 1880 (NTF) Hayford 1924 (ED50) et WGS84

- **Quelques ellipsoïdes : nom, demi grand axe, demi petit axe**

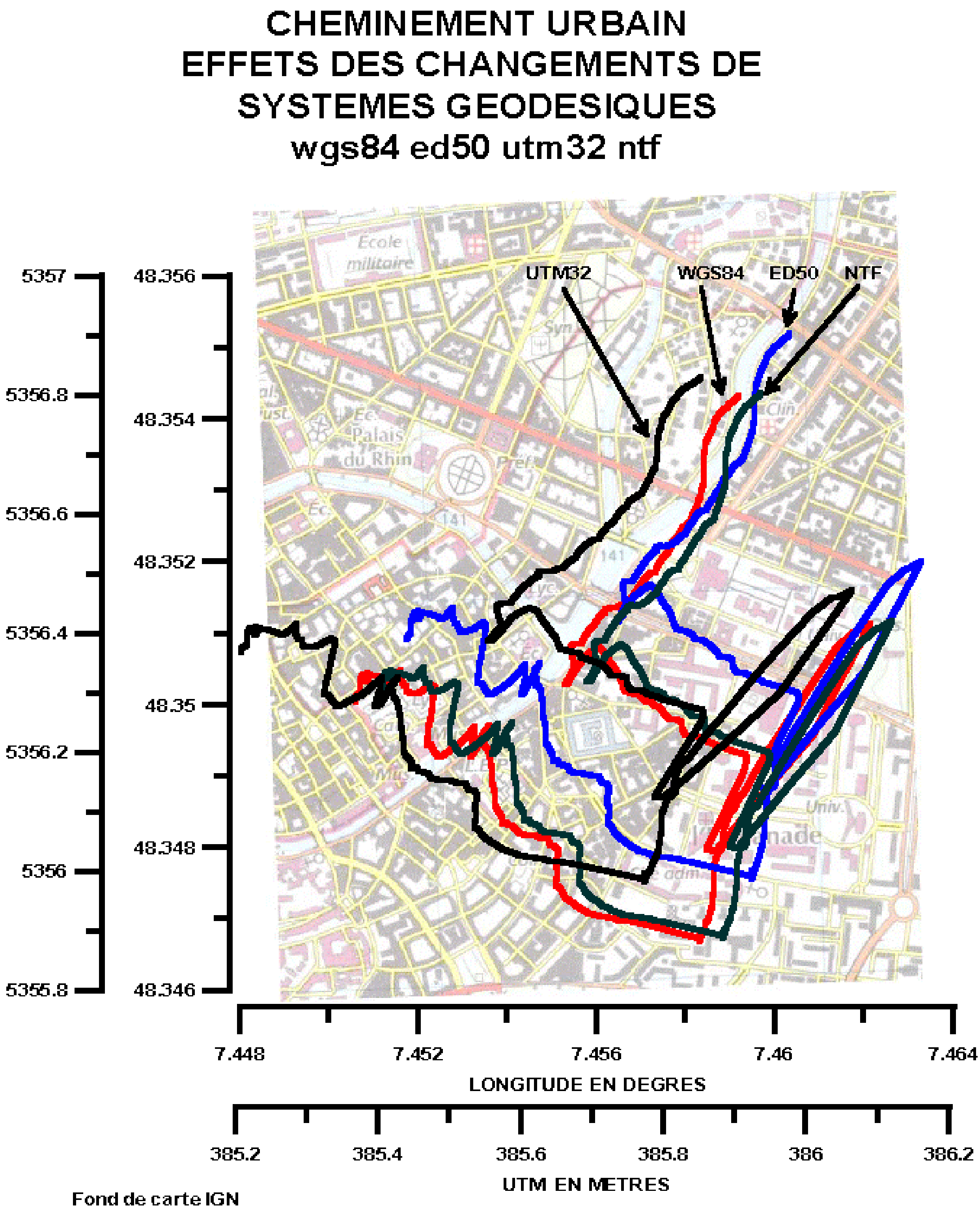
===> ellipsoïdes utilisés en France

WGS84 : Ellipsoïde de référence : GRS80 ou WGS84 (très proches, moins d'un mm de différence). Géoïde, utilisé pour les altitudes : WGS84 Geoid Heights, défini par pas de 0.25 degrés par la NIMA (US National Imagery and Mapping Agency), méridien de référence : Greenwich Projections et coordonnées associées : UTM (Universal Transvers Mercator) entre les latitudes 80° sud et 84° nord. UPS (Universal Polar Stereographic) pour les pôles.

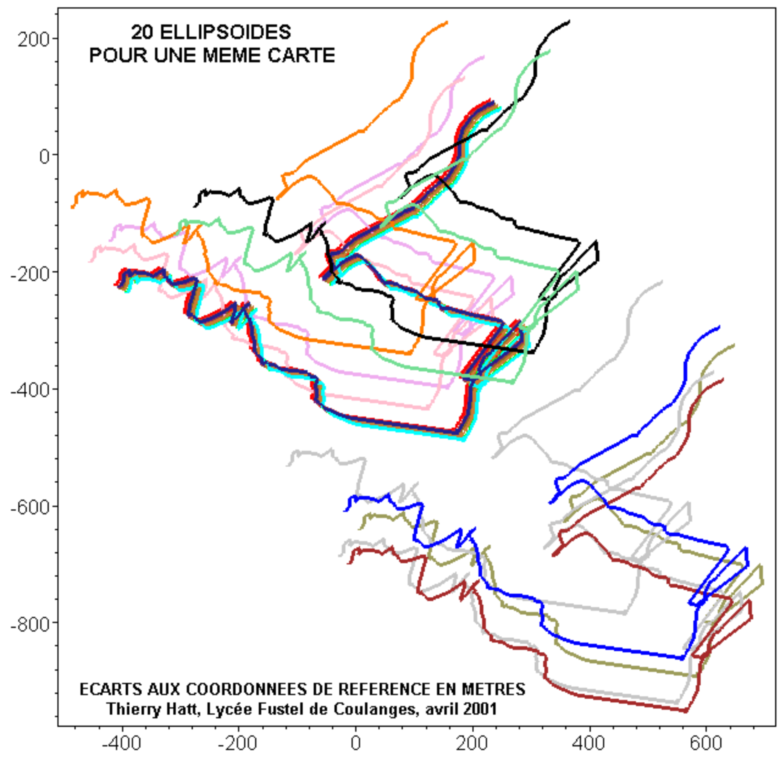
ED50 : Ellipsoïde de référence : International 1924 (Hayford 1909). Somme des observations nationales européennes. Point fondamental : Helmert Tower à Postdam. Coordonnées géographiques : en degrés, méridien de référence : Greenwich Projection et coordonnées associées : UTM

NTF : Ellipsoïde de référence : Clarke 1880 IGN Triangulation de l'IGN, point fondamental : Panthéon à Paris. Niveau de référence des altitudes : niveau moyen de la mer à Marseille Coordonnées géographiques : en grades, méridien de référence : Paris Projections et coordonnées associées : Projections coniques conformes Lambert.

[[Clarke_1866, 6378206.40, 6356583.80],
===>[Clarke_1880_IGN_NTF, 6378249.1450, 6356514.869550],
[Bessel, 6377397.1550, 6356078.962840],
[International_1967, 6378157.50, 6356772.20],
[International_1909, 6378388.00, 6356911.946130],
[WGS_72, 6378135.00, 6356750.519915],
[Everest, 6377276.345200, 6356075.413300],
[WGS_66, 6378145.00, 6356759.769356],
===>[GRS_1980_RGF93, 6378137.00, 6356752.314140],
[Airy, 6377563.3960, 6356256.9100],
[Modifié_Everest, 6377304.0630, 6356103.0390],
[Modifié_Airy, 6377340.1890, 6356034.4480],
===>[WGS_84_IA_GRS80, 6378137.00, 6356752.314245],
[Sud_Est_Asie, 6378155.00, 6356773.320500],
[Australien_National, 6378160.00, 6356774.7190],
[Krassovsky, 6378245.00, 6356863.018800],
[Hough, 6378270.00, 6356794.343479],
[Mercury_1960, 6378166.00, 6356784.283666],
[Modifié_Mercury_1968, 6378150.00, 6356768.337303],
[Hayford_1924_ED50, 6378388.0, 6356911.9461],
[Sphere, 6370997.00, 6370997.00]]:



Promenade GPS dans Strasbourg, projetée selon divers ellipsoïdes

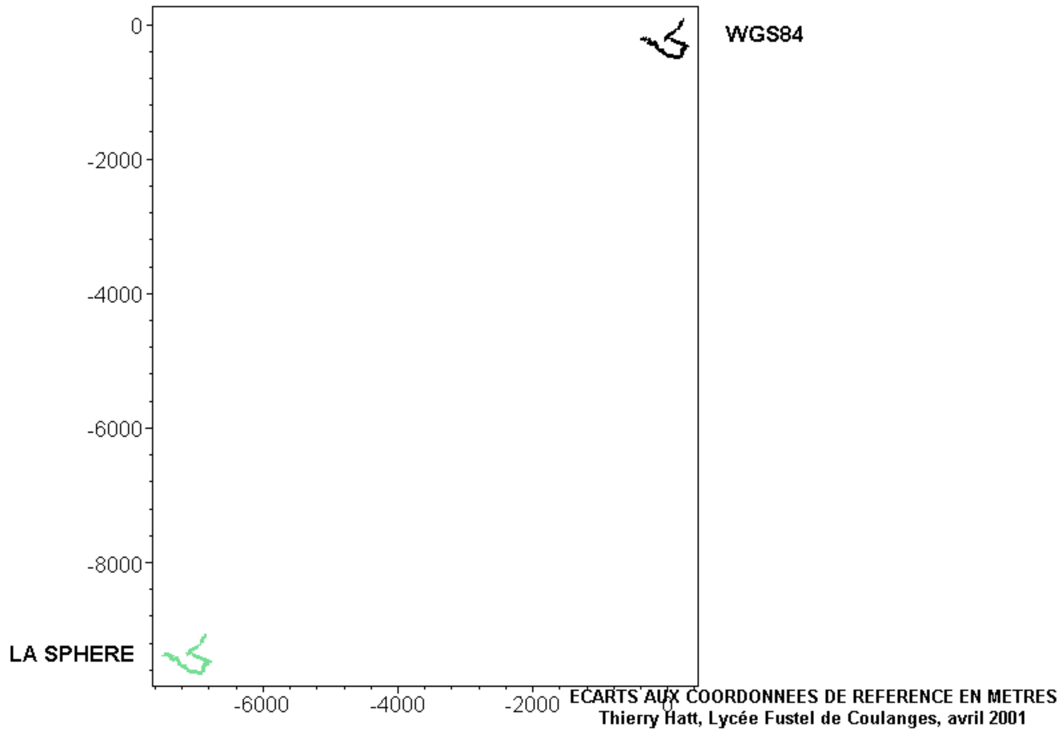


LA SPHERE ET L'ELLIPSOIDE WGS84

nom *demi grand axe* *demi petit axe* *excentricité* *couleur*

Sphere, $.6370997000000\ 10^7$, $.6370997000000\ 10^7$, 0., *aquamarine*,

, *WGS_84*, $.6378137000000\ 10^7$, $.6356752314245\ 10^7$, .08181919084296430 2349, *black*,

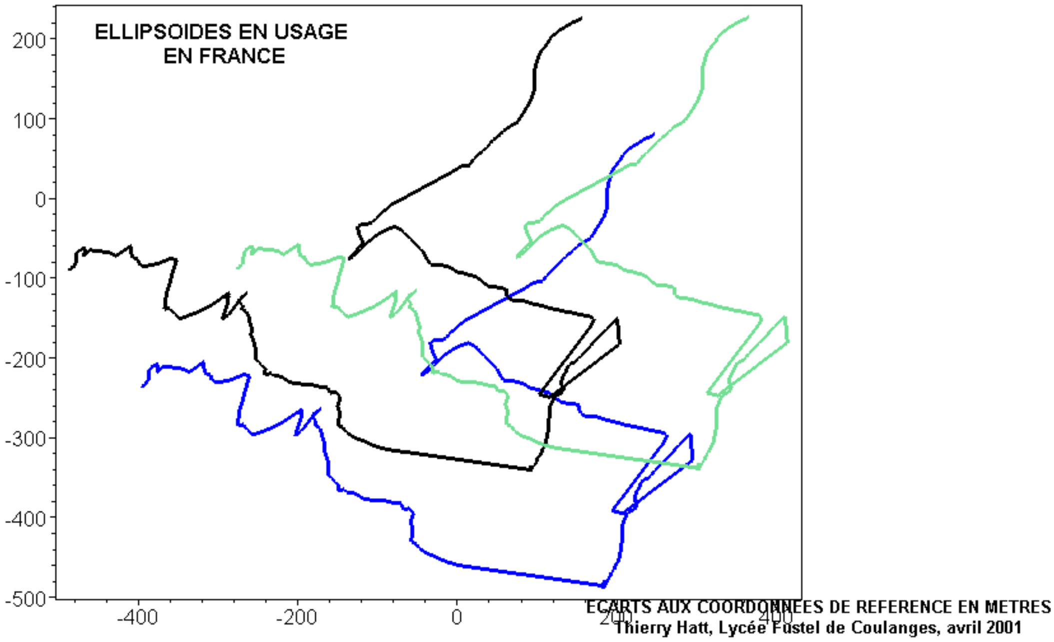


nom *demi grand axe* *demi petit axe* *excentricité* *couleur*

Clarke_1880_IGN_NTF, .6378249145000 10^7, .6356514869550 10^7, .0824834000437606 24778, *aquamarine*,

, *Hayford_1924_ED50*, .63783880 10^7, .63569119461 10^7, .0819918900322865 68138, *black*,

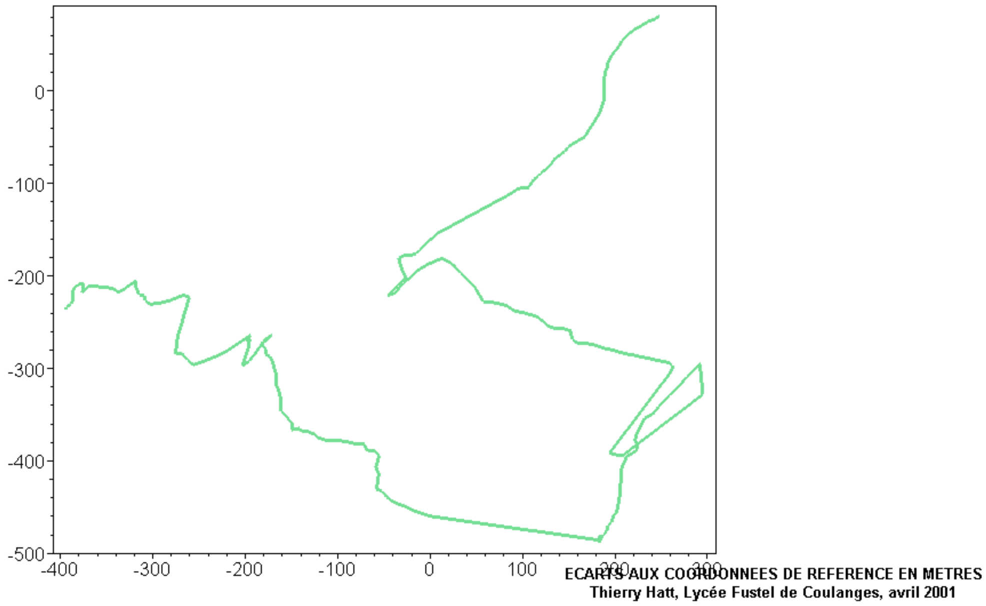
, *WGS_84*, .6378137000000 10^7, .6356752314245 10^7, .0818191908429643 02349, *blue*,



nom *demi grand axe* *demi petit axe* *excentricité* *couleur*

GRS_1980_RGF93, .6378137000000 10^7, .6356752314140 10^7, .0818191910434953 95458, *aquamarine*,

, *WGS_84*, .6378137000000 10^7, .6356752314245 10^7, .0818191908429643 02349, *black*,



Ellipsoides version 4.0 Thierry Hatt, avril 2001 Programme Maple

Comparaison des projections associées à différents ellipsoïdes, une seule projection Mercator, 20 ellipsoïdes différents

```
> restart; with(plots): setoptions(axes=boxed, scaling=constrained, color=blue,
thickness=3): Digits:=20: with(linalg):
```

Pour la projection adaptation de la note technique IGN NT/G 75 janvier 1975
site de http://www.ensg.ign.fr/SGN/Notices/

```
> Pi180:= evalf(Pi/180):
```

```
> liste_couleurs:=[aquamarine, black ,blue ,navy ,coral ,cyan
,brown ,gold ,green ,gray ,grey ,khaki
,magenta ,maroon ,orange ,pink ,plum ,red
,sienna ,tan ,turquoise ,violet ,wheat
,yellow ]:
```

Jeu de données promenade GPS dans Strasbourg

```
> data:=[[48.35432,7.45919], etc …[48.35006,7.45061]]: # 232 couples de points latitudes,
longitudes
```

Définition des ellipsoïdes :
nom, demi grand axe, demi petit axe

```
> liste_def:=
[[Clarke_1866, 6378206.400000,6356583.800000],
[Clarke_1880_IGN_NTF, 6378249.145000,6356514.869550],
[Bessel, 6377397.155000,6356078.962840 ],
[International_1967, 6378157.500000,6356772.200000 ],
[International_1909, 6378388.000000,6356911.946130 ],
[WGS_72, 6378135.000000,6356750.519915 ],
[Everest, 6377276.345200,6356075.413300 ],
[WGS_66, 6378145.000000,6356759.769356 ],
[GRS_1980_RGF93, 6378137.000000,6356752.314140 ],
[Airy, 6377563.396000,6356256.910000 ],
[Modifié_Everest, 6377304.063000,6356103.039000 ],
[Modifié_Airy, 6377340.189000,6356034.448000 ],
[WGS_84, 6378137.000000,6356752.314245 ],
[Sud_Est_Asie, 6378155.000000,6356773.320500 ],
[Australien_National, 6378160.000000,6356774.719000 ],
[Krassovsky, 6378245.000000,6356863.018800 ],
[Hough, 6378270.000000,6356794.343479 ],
[Mercury_1960, 6378166.000000,6356784.283666 ],
[Modifié_Mercury_1968, 6378150.000000,6356768.337303 ],
[Hayford_1924_ED50, 6378388.0, 6356911.9461],
[Sphere, 6370997.000000,6370997.000000 ]]:
```

FONCTIONS DE CALCUL

Conversion en radians

```
> conv_radians:=proc(data) local s, i, x, y,n, Pi180;
```

Conversion en radians du jeu de données
(il faut reconstruire la liste)

```
> n:=nops(data); Pi180:= evalf(Pi/180); s:=NULL;
> for i to n do x:=data[i, 2]; y:=data[i, 1]; x:=x*Pi180; y:= y*Pi180; s:=s, [x, y]
od;
> [s]

> end:
```

```
> lat_iso:=proc(e, phi)
```

Calcul de la latitude isométrique sur un ellipsoïde
de première excentricité e en phi

```
> ln (tan (evalf(Pi/4)+phi/2)*(((1-e*sin(phi)) /(1+e * sin(phi)))^(e/2)))

> end:
```

```
> mercator:=proc(lambda, phi, e, n, Xs, Ys) local X, Y;
```

Calcul des coordonnées du point en proj. directe
de Mercator à partir de lambda, phi

```
> X:= Xs + n * lambda;
> Y:= Ys + n * lat_iso ( e, phi);
> [X, Y];

> end:
```

```
> proj_merc:=proc(lambda0, phi0, a, e, k0, X0, Y0)
local n, Xs, Ys;
```

Détermination des paramètres de calcul en fonction
des paramètres de déf. usuels de Mercator directe

lambda0 = longitude origine par rapport au méridien origine
phi0 = latitude origine
a = demi grand axe, e = excentricité 1ère
k0 = facteur d'échelle à l'origine
X0, Y0 : coordonnées du point origine en projection

n = rayon de la sphère intermédiaire

```
> n:= k0 * cos(phi0)* ( a / (sqrt(1-e^2*sin(phi0)^2)));
> Xs:= X0-n*lambda0; Ys:= Y0-n* lat_iso(e, phi0);
> [n, e, Xs, Ys]

> end:
```

```
> merc_ellipse:=proc(cdata, e, n, Xs, Ys) local nd, s, i, lambda, phi, xy;
```

Calcul de la projection pour une ellipse donnée
data en radians

```
> nd:=nops(cdata): s:=NULL:
> for i to nd do
 > lambda:=cdata[i, 2]; phi:= cdata[i, 1];
 > xy:=mercator(lambda, phi, e, n, Xs, Ys):
 > s:=s, [xy[2], xy[1]]
> od;
> [s]

> end:
```

```
> choix_ellipse:=proc(numero, liste_def) local nom, a, b, e;
```

Paramètres de l'ellipse **- nom, demi grand axe,**
demi petit axe, excentricité

```
> nom:=liste_def [numero, 1]: a:=liste_def [numero, 2]: b:=liste_def [numero, 3]:
> e:=sqrt((a^2-b^2)/a^2):
> [nom, a, b, e]

> end:
```

Détermination des paramètres

```
> det_param_merc:=proc(a, e) local phi0, lambda0, k0, X0, Y0, inter;

> phi0:=evalf(48*Pi180): lambda0:=evalf(7*Pi180): k0:=1 :
X0 := -3.086e+006 : Y0:= 3518300:
> inter:=proj_merc(lambda0, phi0, a, e, k0, X0, Y0):

> end:

>
```

PROGRAMME PRINCIPAL APPEL DES FONCTIONS

Calcul de la projection pour l'ellipsoïde donné

```
> cdata:=conv_radians(data):
```

Choix des ellipsoïdes (ici tous)

```
> liste:=NULL:for i to 20 do liste:=liste,i od: liste:=[liste]:
> liste;nops(liste);
```

Calcul des plots pour la liste des ellipsoïdes

```
> liste_plot:=NULL: liste_nom:=NULL:

> for i to nops(liste) do
    > numero:=liste[i];
    Choix de l'ellipsoïde
   > param:= choix_ellipse (numero, liste_def);
   > nom:=param[1]: a:=param[2]: b:=param[3]: e:=param[4]:   liste_nom:=liste_nom,
     nom, a, b, e, liste_couleurs[i],`\n`;
    Paramètres de la projection Mercator
   > inter:=det_param_merc(a, e);
   > n:=inter[1]: e:=inter[2]: Xs:=inter[3]: Ys:=inter[4]:
   Génération du plot
   > liste_plot:= liste_plot, plot(merc_ellipse(cdata, e, n, Xs, Ys), color=liste_couleurs[i])
> od:
```

Affichage des résultats

```
> print(`\n PROJECTION MERCATOR DIRECTE ELLIPSOIDALE \n`);
> print(`COMPARAISON DES PRINCIPAUX ELLIPSOIDES UTILISES EN
RANCE \n`);
> print(`PROMENADE GPS A STRASBOURG ECHELLES EN METRES\n`);
> print(`EN ECARTS AU MERIDIEN CENTRE SUR LA CARTE\n`);
> print(` \n nom demi grand axe demi petit axe excentricité couleur`);
> liste_nom;
> display([liste_plot]);
```